

RAPORT ȘTIINȚIFIC

privind implementarea proiectului PN-III-P1-1.1-TE-2016-0268, contract 50/2018

Etapa de execuție nr. 2 / 2019

Pentru anul 2019, conform planului de realizare, trebuia realizat următorul obiectiv:

- Construirea unui model algebric colectiv bazat pe o metodă generalizată de rezolvare a Hamiltonianului Bohr cu cel mai general potențial în variabilele de formă ce permite minime de deformare multiple. (Obiectiv 1, Partea 2/2)

Rezultate:

1. Identificarea de nuclee critice cu ajutorul unui potențial sextic γ -instabil cu două minime degenerate.
2. Descrierea unei tranziții de fază de ordin unu în forma nucleelor γ -instabile și identificarea acestora într-un lanț izotopic.
3. Descrierea unei tranziții de fază de ordin unu în forma nucleelor γ -stabile cu ajutorul unui potențial sextic cu două minime de adâncimi variabile și identificarea acestora într-un lanț izotopic.

Livrabile propuse: 3 lucrări ISI publicate sau trimise la publicare și participarea la 3 conferințe internaționale.

1. Pentru obținerea primului rezultat am considerat stările modelului $E(5)$ ca bază pentru diagonalizarea Hamiltonianului Bohr:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\hat{\Lambda}^2}{\beta^2} \right] + V(\beta, \gamma), \quad (1)$$

unde

$$\hat{\Lambda}^2 = -\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{L}_k^2}{4 \sin^2(\gamma - 2\pi k/3)}, \quad (2)$$

este operatorul Casimir $SO(5)$. Ecuația de vectori și valori proprii pentru acest operator este dată de:

$$\hat{\Lambda}^2 \mathcal{Y}_{\tau\alpha LM}(\gamma, \Omega) = \tau(\tau + 3) \mathcal{Y}_{\tau\alpha LM}(\gamma, \Omega), \quad (3)$$

unde $\mathcal{Y}_{\tau\alpha LM}(\gamma, \Omega)$ sunt funcții armonice sferice de tip $SO(5)$, având ca indici numărul de senioritate τ , momentul cinetic total intrinsec L , respectiv proiecția sa M pe axa 3 în sistemul de referință al laboratorului, dar și un indice adițional α care distinge între stări degenerate în raport cu τ și L . Prin Ω s-au notat cele trei unghiuri Euler θ_1, θ_2 și θ_3 ce descriu rotația sistemului. Pentru cazul în

care nucleul în starea sa fundamentală are o deformare γ -instabilă, potențialul Hamiltonianului (1) este independent de variabila γ și drept urmare se poate face o separare exactă a variabilei β de celelalte variabile γ și Ω :

$$\left[-\frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{\tau(\tau+3)+2}{\beta^2} + u(\beta) \right] R_{\xi,\tau}(\beta) = \varepsilon R_{\xi,\tau}(\beta), \quad (4)$$

unde $u(\beta) = \frac{2B}{\hbar^2} V(\beta)$ și $\varepsilon = \frac{2B}{\hbar^2} E$, iar ξ este un număr cuantic asociat vibrației de tip β . În studiul prezent, pentru Ec.(4), am considerat un potențial sextic de forma:

$$u(\beta) = \beta^2 - a\beta^4 + b\beta^6, \quad (5)$$

care prezintă simultan un minim sferic și unul deformat atunci când sunt îndeplinite condițiile $b > 0$ și $a^2 > 3b$. Pentru un astfel de potențial, ca bază de diagonalizare sunt alese soluțiile modelului $E(5)$ corespunzătoare unui potențial de tip groapă dreptunghiulară infinită:

$$\tilde{R}_{\tau n}(\beta) = \frac{\sqrt{2}\beta^{-\frac{3}{2}} J_\nu(z'_n \beta / \beta_W)}{\beta_W J_{\nu+1}(z'_n)}, \quad \nu = \tau + \frac{3}{2}, \quad (6)$$

unde J_ν sunt funcții Bessel de speța I-a împreună cu zerourile asociate z'_n , β_W reprezintă distanța la care este poziționat peretele potențialului groapă dreptunghiulară infinită, iar n_{max} este dimensiunea bazei. Astfel, pentru funcțiile în variabila β avem următoarea expresie

$$R_{\xi\tau}(\beta) = \sum_{n=1}^{n_{Max}} A_n^\xi \tilde{R}_{\tau n}(\beta), \quad (7)$$

ai căror coeficienți A_n^ξ sunt determinați din diagonalizarea matricii Hamiltonianului,

$$H_{nm} = \left(\frac{z'_n}{\beta_W} \right)^2 \delta_{nm} + \frac{2 \sum_{i=1}^3 q_i \beta_W^{2i} I_{nm}^{(\nu\nu, 2i)}}{J_{\nu+1}(z'_n) J_{\nu+1}(z'_m)}, \quad q_1 = 1, q_2 = -a, q_3 = b, \quad (8)$$

unde

$$I_{nm}^{(\nu\nu, k)} = \int_0^1 x^{k+1} J_\nu(z'_n x) J_\mu(z'_m x) dx, \quad x = \beta / \beta_W. \quad (9)$$

Având funcțiile de undă determinate, se pot calcula mai departe densitatea probabilității de distribuție a deformării $\rho_{\xi\tau}(\beta) = [R_{\xi\tau}(\beta)]^2 \beta^4$, probabilitatea de tranziție monopolară $\rho_{i,f}^2(E0) \sim \langle R_{\xi_i \tau_i} | \beta^2 | R_{\xi_f \tau_f} \rangle$, respectiv probabilitatea de tranziție cvadrupolară $B(E2)$ folosind operatorul de tranziție:

$$T_\mu^{(E2)} = t\beta \left[D_{\mu,0}^2(\Omega) \cos \gamma + \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}} (D_{\mu,2}^2(\Omega) + D_{\mu,-2}^2(\Omega)) \right], \quad (10)$$

unde t este un parametru de scalare, iar $D_\mu(\Omega)$ sunt matrici Wigner. Astfel, în Fig. 1 sunt prezentate densitatea probabilității de distribuție a deformării (β_2) pentru starea fundamentală (b) și prima stare excitată 0^+ (c), respectiv potențialul efectiv

$$u_{eff}(\beta) = \frac{\tau(\tau+3)+2}{\beta^2} + \beta^2 - a\beta^4 + b\beta^6 \quad (11)$$

pentru $\tau = 0$ corespunzător acestor stări (a). În această figură, potențialul efectiv pentru $\tau = 0$ este constrâns să aibă cele două minime degenerate, ceea ce rezultă într-o nouă condiție impusă parametrilor a și b și drept urmare, conduce la o relație de dependență între acești parametri $a = f(b)$. În aceste condiții, în Fig. 1(a), potențialul evoluează de la o barieră înaltă și îngustă către o barieră joasă și de lărgime mare în raport cu creșterea lui a . În ceea ce privește densitatea distribuției de probabilitate a deformării, observăm că pentru valori mici ale lui a , când bariera este foarte înaltă, deformarea pentru starea fundamentală și prima stare excitată 0^+ este restrânsă în jurul minimumului cu deformare mai mare, respectiv, celui cu deformare mai mică. Mai mult, datorită înălțimii foarte mari a barierei, aceste stări, cât și stările excitate joase de deasupra lor, nu interacționează între ele, iar vibrația β întâlnită de obicei la banda corespunzătoare primei stări excitate 0^+ este aproape inexistentă. Această situație, corespunde foarte bine definiției general acceptate în domeniu pentru fenomenul de coexistență a formelor. În schimb, crescând valoarea lui a , cele două benzi încep să interacționeze datorită efectului de tunelare a barierei și să avem două vârfuri pentru densitatea probabilității de distribuție a deformării pentru cele două stări 0^+ . Apariția celui de-al doilea vârf pentru prima stare 0^+ excitată este pus pe seama faptului că funcția de undă asociată are un nod caracteristic vibrației β , care acum se poate manifesta datorită barierei mai joase. În schimb, pentru starea fundamentală pentru care nu avem niciun nod, explicația este că avem o coexistență a formelor în aceeași stare sau o coexistență cu amestec al formelor, după cum mai este cunoscută în domeniu. În cele din urmă, când bariera este sub nivelul energetic al stării fundamentale, avem un singur vârf aplatizat pentru starea fundamentală, în timp ce caracterul de capăt de bandă β este redobândit de prima stare 0^+ excitată. Această situație corespunde fluctuației de forme întâlnită în punctul critic al tranziției de fază de la o formă sferică la una deformată. În cadrul aceluiași studiu, spectrul energetic, precum și probabilități de tranziție electromagnetică, sunt calculate de asemenea în acord cu relația $a = f(b)$, remarcând că modelul prezent poate să descrie o tranziție de la $O(6)$ la $E(5) - \beta^6$ în raport cu aceste mărimi. Această tranziție este foarte bruscă și se petrece în apropierea lui $a \approx 0.05$. De asemenea, elementul de matrice monopolar are un maxim în acest punct critic de tranziție $a \approx 0.05$, fiind în acord cu amestecul mare dintre cele două deformări. În toată această analiză, baza de diagonalizare a fost trunchiată la $n_{Max} = 30$, ceea ce asigură o convergență a energiilor de ordinul 10^{-7} .

Această analiză a arătat faptul că gradul de coexistență a formelor este determinat de tunelarea permisă prin bariera separatoare și poate fi estimată mai precis cu ajutorul unor observabile relevante asociate tranzițiilor electromagnetice. Acestea din urmă au comportări specifice și ușor de identificat în zona punctelor critice ale unei tranziții de fază. Se constată că efectul este dependent de stare, astfel încât se pot obține stări distincte în același nucleu cu proprietăți de deformare radical diferite ce sunt conectate printr-o tranziție de fază dinamică în forma nucleară de tip Jacobi.

În concluzie, folosind un potențial colectiv cu două minime într-un Hamiltonian Bohr feno-

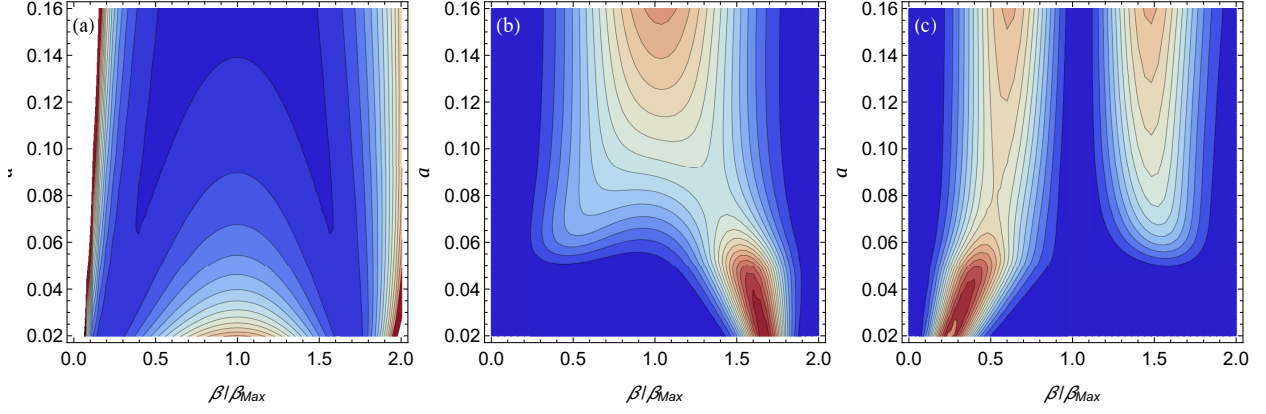


Figure 1: Evoluția dependenței de β , a potențialului efectiv pentru $\tau = 0$ cu minime degenerate (a), precum și a densității de probabilitate de deformare corespunzătoare stării fundamentale (b) și primei stări 0^+ excitate, ca funcție de parametrul a corelat cu celălalt parametru b prin condiția de minime degenerate. Pentru o vizualizare mai bună, dependența de β este scalată la poziția vârfului barierei separatoare a potențialului efectiv în fiecare valoare a lui a .

menologic, a fost posibilă modelarea diverselor aspecte legate de deformare cum ar fi amestecul de forme, coexistența de forme, fluctuația formei nucleare, tranziții de fază între stări excitate sau generate de rotație. Aceste efecte sunt regăsite în dinamica complexă a mai multor nuclee, inclusiv cele prezentate în continuare.

Analiza evoluției proprietăților spectrale ale unui potențial sextic γ -instabil cu două minime degenerate pentru starea fundamentală, precum și identificarea unor semnături unice pentru nuclee cu astfel de comportare a fost introdusă în lucrarea publicată:

R. Budaca, A. I. Budaca, and P. Baganu, *Application of the Bohr Hamiltonian with a double-well sextic potential to collective states in Mo isotopes*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics **46**, 125102 (2019).

Cel de al doilea rezultat a fost obținut prin aplicarea formalismului prezentat mai sus pentru descrierea spectrelor de energie joasă la trei nuclee de Mo, suspectate de coexistență de forme. Cele trei nuclee sunt $^{96,98,100}\text{Mo}$. Degenerarea după moment cinetic datorată simetriei $SO(5)$ este ruptă într-o manieră ce sugerează o γ -instabilitate aproximativă cu o creștere monotonică în energie a stărilor cu moment cinetic mai mare. Pentru a avea însă o reproducere cât mai fidelă a datelor experimentale, Hamiltonianul model (1) este modificat prin adăugarea termenului \hat{L}^2 ce conservă simetria Hamiltonianului inițial dar totodată despică multipletul energetic pentru o valoare dată a lui τ . Acest lucru este posibil deoarece, pe lângă Λ^2 , armonicile sferice $SO(5)$ sunt stări proprii și pentru \hat{L}^2 și \hat{L}_3 . Termenul additional \hat{L}^2 poate fi introdus și prin redefinirea momentelor de inerție.

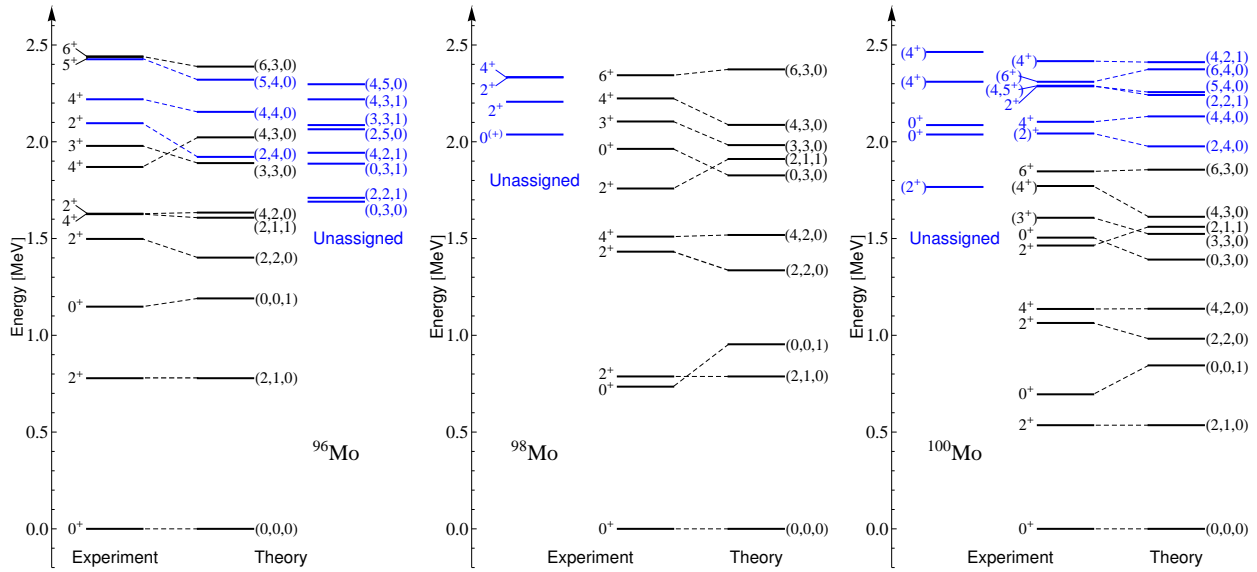


Figure 2: Spectrul complet de energie joasă oferit de măsurători experimentale și de modelul prezent pentru $^{96,98,100}\text{Mo}$. Stările sunt indexate de (L, τ, ξ) . Doar nivelele de culoare neagră au fost incluse în procedura de fitare.

Astfel, energiile finale au fost calculate cu formula

$$E_{L\tau\xi}^{tot}(a, b, c) = \frac{\hbar^2}{2B} \left[E_{\tau\xi}^{diag}(a, b) + cL(L+1) \right], \quad (12)$$

unde $E_{\tau\xi}^{diag}(a, b)$ este energia obținută din diagonalizare. Ghidați de distribuția teoretică a stărilor pentru $\xi = 0$ cu $\tau = 0, 1, 2, 3$ și $\xi = 1$ cu $\tau = 0, 1$, au fost mai întâi identificate corespondențele lor experimentale ce au fost ulterior fitate cu formulele teoretice pentru a obține cei trei parametri liberi a, b și c ce produc cea mai mică abatere standard dintre teorie și experiment. Astfel, pentru ^{96}Mo au fost considerate 8 stări, iar pentru ^{98}Mo și ^{100}Mo 9 stări. Fitarea a fost limitată doar la aceste stări, deoarece doar acestea pot fi repartizate fără dubii datelor teoretice ale modelului bazându-se pe alocarea experimentală pe benzi, tranziții puternice în cascadă ce sunt consistente cu secvențe rotaționale, precum și ținând cont de regulile de selecție teoretice. Energiile calculate sunt considerate în raport cu starea fundamentală asociată energiei zero. De asemenea, în futuri, energiile de excitație experimentale și teoretice sunt normate la energia de excitație a primei stări 2^+ . În acest fel este eliminată dependența de scală a modelului. Valorile absolute ale energiilor sunt recuperate prin multiplicarea rezultatelor scalate cu cantitatea $\hbar^2/(2B)$, care reproduce valoarea experimentală a stării 2_1^+ . În calculele teoretice am considerat doar o singură cantă de excitație β , care după cum se poate vedea din Fig.2 acoperă în mare parte tot spectrul energetic de energie joasă și paritate pozitivă al nucleelor considerate. Din aceeași figură se poate estima și acordul rezultatelor teoretice cu experimentul. De exemplu, raportul $R_{4/2}$ dintre energiile de excitație ale primelor stări 2^+ și 4^+ este foarte bine reprodus pentru toate nucleele. În schimb poziția

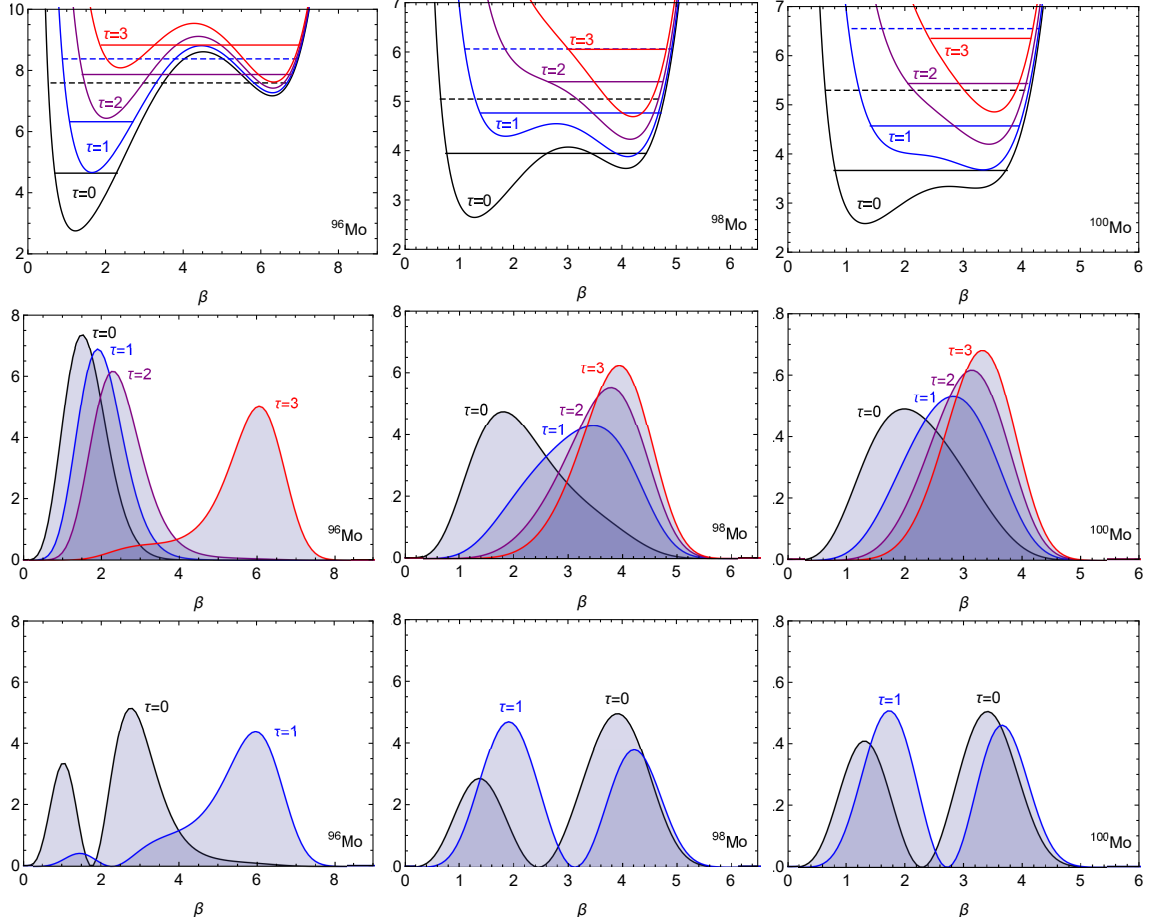


Figure 3: Potențialul efectiv, precum și densitatea de probabilitate de deformare corespunzătoare stărilor benzii fundamentale cu $\tau = 0, 1, 2, 3$ și stărilor β excitate cu $\tau = 0, 1$ sunt vizualizate ca funcție de deformarea cvadrupolară $\beta_2 = \beta\beta_M$ pentru nucleele $^{96,98,100}\text{Mo}$. Nivelele energetice sunt notate cu linie plină pentru stările cu $\xi = 0$, și cu linie întreruptă pentru $\xi = 1$

primei stări excitate 0^+ este puțin supraestimată pentru toate nucleele cu aproximativ același procentaj. Parametrii fițați intervin în funcțiile de undă ce sunt folosite pentru calculul tranzițiilor electromagnetice monopolare și cvadrupolare. Pentru valori absolute ale acestor observabile este nevoie de fixarea unui alt parametru de scală β_M ce face legătura între variabila de deformare β și obișnuita măsură a deformării cvadrupolare nucleare. Deci β_M este fixat astfel încât să reproducă probabilitatea de tranziție experimentală $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$.

După cum se poate vedea, fiturile asupra energiilor sunt foarte bune, având în vedere complexitatea spectrelor fitate. Mai mult de atât, rezultatele fitărilor oferă și un acord rezonabil cu datele experimentale pentru proprietățile electromagnetice prezise teoretic. Potențialele efective obținute cu parametrii fițați prezintă profile cu două minime și sugerează o evoluție dinamică în cadrul celor trei izotopi. De exemplu, Fig.3 arată că înălțimea barierei separatoare, precum și energia relativă dintre adâncimile celor două minime coexistente, descresc pentru nucleele mai grele.

De asemenea este de menționat faptul că valorile de limită β_W ale formalismului folosit sunt cu mult mai mari decât poziția peretelui exterior al potențialului sextic fitat. Acest fapt ne asigură de corectitudinea comportării funcției de undă la valori mari ale variabilei β .

Toate nucleele trec printr-o tranziție de fază a formelor de tip Jacobi, ce are loc de la deformare mică a stărilor joase, la deformare mare pentru stările mai înalte. Tranziția propriu-zisă are loc în apropierea unei stări critice al cărei număr cuantic rotațional scade pe măsură ce nucleul devine mai greu. Mai mult de atât, această tranziție de fază dinamică de tip Jacobi se schimbă de la a fi de ordinul unu cu un potențial critic cu două gropi în ^{96}Mo , la a fi de ordinul doi cu un potențial critic aproximativ plat în ^{100}Mo . Această observație este susținută de distribuția de probabilitate β calculată pentru stările critice și vizualizată în Fig.3. Într-adevăr, pentru nucleul ^{96}Mo , starea critică prezintă evident o coexistență de forme cu amestec, ce este reflectată printr-un profil cu două vârfuri al distribuției de probabilitate de deformare. În același timp, stările critice ale nucleelor ^{98}Mo și ^{100}Mo , au o distribuție a deformării extinsă, fapt consistent cu un potențial plat. O astfel de tranziție, de la deformarea mică la o formă nucleară puternic deformată a fost observată de fapt în mai multe nuclee din regiunea $A \sim 100$.

Descrierea unei tranziții de fază γ -instabile, atât ca funcție de numărul de nucleoni cât și depinzând de stare, a fost realizată pentru o secvență a lanțului izotopic al Mo în lucrarea publicată:

R. Budaca, A. I. Budaca, and P. Baganu, *Application of the Bohr Hamiltonian with a double-well sextic potential to collective states in Mo isotopes*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics **46**, 125102 (2019).

3. Ultimul rezultat estimat a fost obținut folosind o versiune exact separabilă a Hamiltonianului Bohr (1), care este potrivită pentru descrierea nucleelor tranziționale. Potențialul separabil redus este de forma:

$$v(\beta, \gamma) = u(\beta) + \frac{u(\gamma)}{\beta^2}. \quad (13)$$

Aproximând termenul rotațional al Hamiltonianului Bohr conform condițiilor pentru un nucleu prolate

$$\sum_{k=1}^3 \frac{Q_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2}{3}\pi k)} \approx \frac{4}{3} Q^2 + Q_3^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \gamma} - \frac{4}{3} \right), \quad (14)$$

și mediind ecuația totală pe funcțiile rotaționale, se ajunge la următoarele ecuații pentru variabilele β și γ :

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{W}{\beta^2} + u(\beta) \right] f(\beta) = \epsilon f(\beta), \quad (15)$$

$$\left[-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{K^2}{4 \sin^2 \gamma} + \frac{L(L+1) - K^2}{3} + u(\gamma) \right] \eta(\gamma) = W \eta(\gamma). \quad (16)$$

Pentru ecuația variabilei γ , am considerat un potențial standard

$$v(\gamma) = b + v_0(\gamma) = b + 2c^2(1 - \cos 3\gamma), \quad (17)$$

modificat însă de contribuția dată de b care are rolul de a corecta energia de zero a excitațiilor variabilei γ . Această renormare a potențialului γ contribuie direct cu un termen centrifugal b/β^2 la ecuația pentru variabila β . Aplicând o aproximație de ordin unu tuturor funcțiilor trigonometrice din ecuația (16) și din expresia lui $v_0(\gamma)$ în jurul valorii $\gamma = 0$, se obține o ecuație diferențială asociată unui oscilator armonic cuantic bidimensional. Soluțiile sunt imediat obținute:

$$W = \frac{L(L+1) - K^2}{3} + 6c(n_\gamma + 1) + b. \quad (18)$$

Parametrul d este limitat inferior la $-6c$. Pentru valori mai mici, contribuția centrifugală totală devine atractivă, situație ce nu este acceptabilă din punct de vedere al mecanicii cuantice. Într-o lucrare precedentă, a fost arătat că pentru nuclee din apropierea punctului critic al unei tranziții de fază a formei, parametrul d este foarte apropiat de limita sa inferioară. Când $d = -6c$, termenul cinetic total al ecuației în variabila β capătă o formă asemănătoare cu a binecunoscutului model $X(5)$ al punctului critic pentru tranziția de fază în nuclee γ -stabile. Totuși, în modelul $X(5)$ separarea ce conduce la această formă a termenului cinetic este datorată unei aproximații foarte crude. Deasemenea, stările benzii γ sunt calculate diferit deoarece în modelul prezent variabila γ este încă cuplată la variabila β prin intermediul contribuției centrifugale, în timp ce în formalisme de tipul $X(5)$, întreaga contribuția γ este aditivă. Având în vedere că fenomenul de coexistență a formelor nucleare este inevitabil și strâns legat de punctele critice ale tranzițiilor de fază referitoare la formă, în acest studiu a fost aplicat doar cazul limită $d = -6c$.

Considerând acum pentru ecuația în variabila β un potențial sextic de tipul (5), formalismul urmat este același ca la punctul 1, doar că de data aceasta se va folosi indecele:

$$\nu = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{L(L+1) - K^2}{3} + 6cn_\gamma}. \quad (19)$$

În acest studiu am fost preocupați în special de efectul gradului de libertate asociat lui β asupra emergenței coexistenței de forme. Astfel, calculele au fost concentrate mai mult pe stările cu $K = 0$, adică cele corespunzătoare benzii fundamentale și celei β excitate. Formalismul a fost aplicat pentru fitarea energiilor acestor benzi observate în nucleele $^{72,74,76}\text{Se}$, ce sunt cunoscute pentru comportarea lor ce sugerează o coexistență a formelor. Calitatea fiturilor este dată de valorile foarte mici ale abaterii standard dar este evidentă și din acordul general dintre spectrele teoretice și experimentale ce sunt comparate în Fig.4. Acest aspect susține alegerea modelului pentru descrierea acestor nuclee, care pe deasupra este capabil să descrie și starea excitată 0^+ foarte joasă în energie. Este de asemenea de notat faptul că calculele teoretice reproduc foarte fidel anomalia de moment cinetic mic observată în ^{72}Se , ce se referă la faptul că energia de excitație a stării 2_g^+ este

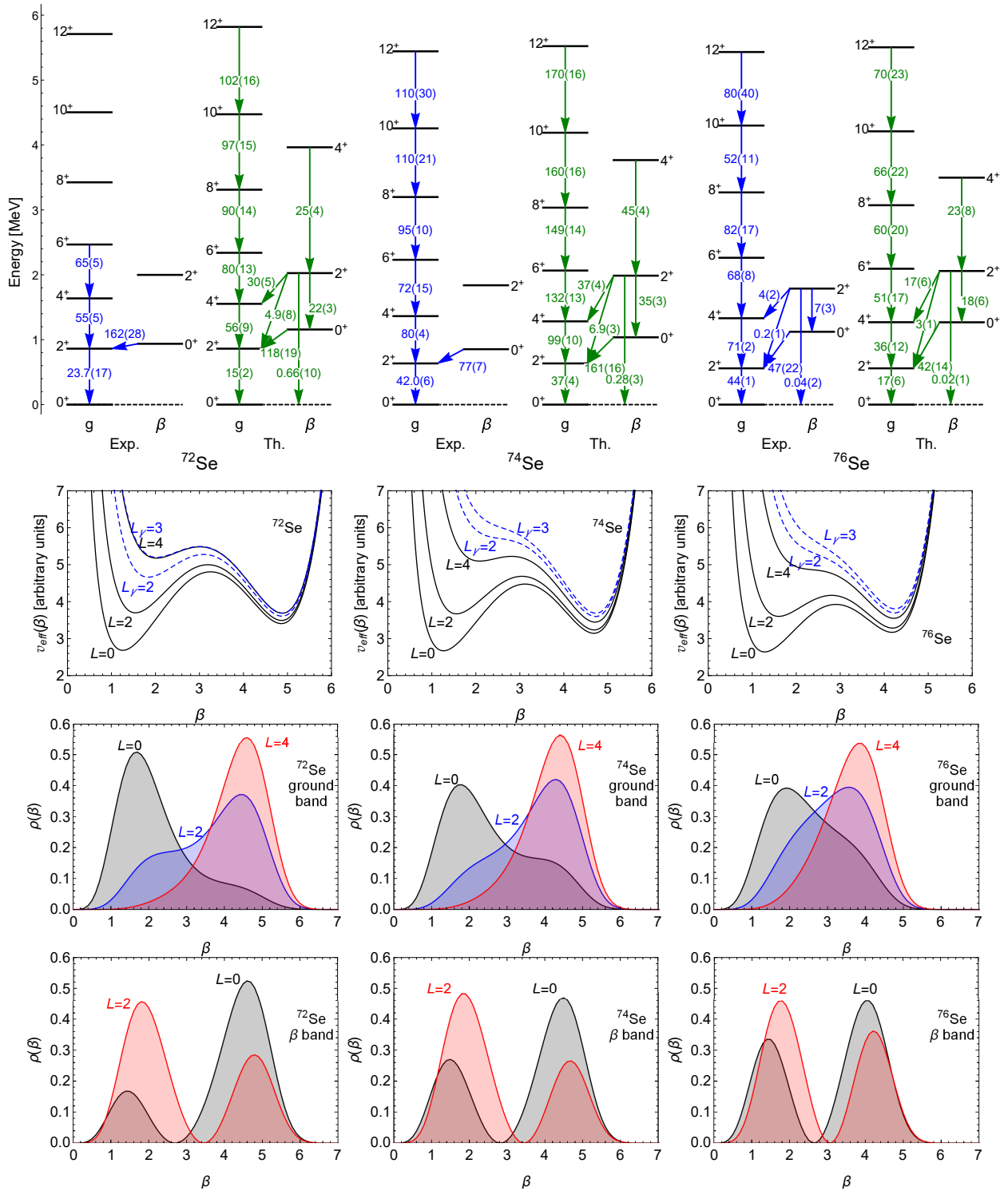


Figure 4: În primul rând sunt comparate rezultatele teoretice cu datele experimentale pentru energiile din banda fundamentală și prima bandă β excitată, precum și tranzițiile $E2$ asociate pentru nucleele $^{72,74,76}\text{Se}$. Energiile sunt date în MeV, iar tranzițiile electromagnetice în unități Weisskopf. Rândurile următoare prezintă pentru fiecare nucleu potențialele efective relativ la nivelele energetice calculate, distribuțiile de probabilitate a deformării pentru stările $L = 0, 2, 4$ din banda fundamentală și respectiv pentru stările β excitată cu $L = 0$ și $L = 2$.

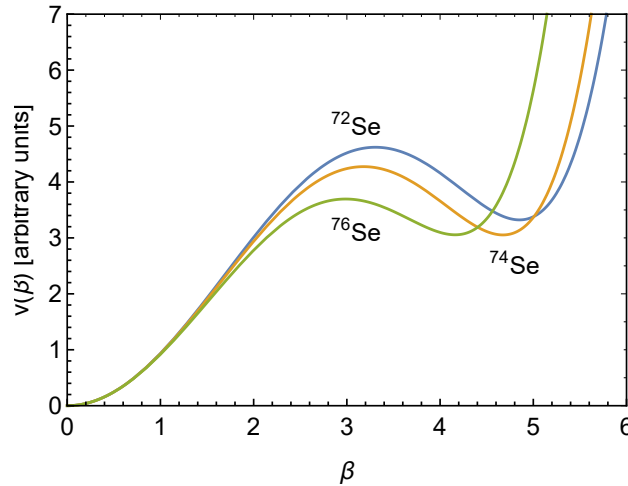


Figure 5: Potențialul în β folosit în calculele pentru nucleele $^{72,74,76}\text{Se}$.

considerabil mai mică decât diferența de energie $E(4_g^+) - E(2_g^+)$, după care diferențele energetice dintre nivele succesive crește monoton odată cu spinul.

Primele indicii referitoare la efectele de coexistență și amestec al formelor sunt extrase chiar din forma rezultată a potențialelor cu două minime vizualizată pentru fiecare nucleu în Fig.5. O opinie mai informată este obținută din investigarea potențialelor efective dependente de stare datorită contribuției centrifugale incluse dar și din distribuția probabilității de deformare asociată acestor stări. Toate aceste mărimi pot fi accesate din Fig.4. O astfel de analiză a arătat că potențialele efective își mențin structura cu două gropi doar până la momentul cinetic $L = 4$ în benzile cu $K = 0$. Totodată, din aceiași Fig.4, se pot observa instanțe cu amestec de forme doar pentru primele două stări ale benzii fundamentale. Vizualizarea distribuției de probabilitate a deformării pentru aceste stări a scos la iveală o tranziție dinamică referitoare la forma nucleelor studiate ce are loc de la deformări mici ale stării fundamentale la stări excitate cu deformare mare. De asemenea, această tranziție se întâmplă cu un grad mare de amestec al formelor ce culminează cu o comportare de tipul unei fluctuații a formei nucleare pentru nucleul ^{76}Se .

Parametrii fiți ai potențialului pentru variabila β sunt de asemenea validați prin verificarea acordului dintre stările γ prezise teoretic și cele accesibile experimental. Se constată că în general acordul cu experimentul pentru stările benzii γ este comparabil cu cel pentru stările $K = 0$, chiar dacă acestea din urmă nu au fost incluse în fitare. În mod similar, tranzițiile cvadrupolare calculate oferă un acord rezonabil cu datele experimentale. O reproducere foarte bună a tranzițiilor măsurate este raportată pentru nucleul ^{76}Se . În ceea ce privește observabilele $\rho^2(E0)$ și $X(0/2)$ asociate tranziției monopolare, calculele teoretice din nou sunt apropiate valorilor experimentale. Succesul major al acestei descrieri constă în reproducerea corectă a tranzițiilor considerabil mărite ($E0$ și $E2$) dintre stările benzii β excitate și stările din banda fundamentală. Acest rezultat nu poate fi obținut cu soluțiile obișnuite ale modelului Bohr, care inhibă puternic exact aceste tranziții.

În concluzie, reproducerea teoretică a unor semnături spectrale cum ar fi energia joasă a primelor stări din banda β și banda γ sau tranzițiile interbandă monopolare și cvadrupolare mărite, demonstrează capacitatea descrierii fenomenologice a coexistenței formelor și a evoluției acestora de-a lungul unei tranziții de fază. Ingredientul esențial al unei astfel de abordări este folosirea unui potențial cu două gropi, dar și reprimarea contribuției centrifugale trebuie luată în considerare.

Descrierea unei tranziții de fază în cadrul nucleelor ^{72,74,76}Se dar și între acestea cu ajutorul unui model Bohr γ -stabil cu un potențial sextic cu două minime de adâncime variabilă a fost realizată în lucrarea publicată:

R. Budaca, P. Bugu, and A. I. Budaca, *Geometrical model description of shape coexistence in Se isotopes*, Nuclear Physics A, **990**, 137 (2019).

Pentru îndeplinirea obiectivelor etapei au fost realizate integral toate activitățile necesare:

1. Documentarea referitor la starea curentă a subiectului.
2. Confruntarea aportului fiecărui membru la formalismul analitic.
3. Adaptarea programelor de calcul la noile aplicații.
4. Efectuarea calculelor numerice.
5. Colectarea datelor experimentale recente și confruntarea acestora cu predicțiile teoretice.
6. Editarea lucrărilor științifice.
7. Diseminarea rezultatelor prin participarea la manifestări științifice

Articole publicate cu acknowledgement:

1. A. I. Budaca and R. Budaca, *Description of critical point nuclei within an energy dependent geometric model*, Eur. Phys. J. Plus **134**, 145 (2019). [Raportat în 2018 ca fiind în curs de evaluare]
2. R. Budaca, P. Bugu, and A. I. Budaca, *Geometrical model description of shape coexistence in Se isotopes*, Nuclear Physics A, **990**, 137 (2019).
3. R. Budaca, A. I. Budaca, and P. Bugu, *Application of the Bohr Hamiltonian with a double-well sextic potential to collective states in Mo isotopes*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics **46**, 125102 (2019).
4. R. Budaca, *Role of triaxiality in the structure of chiral partner bands*, Physics Letters B **797**, 134583 (2019).
5. R. Budaca and P. Bugu, *Comment on "Elimination of degeneracy in the γ -unstable Bohr Hamiltonian in the presence of an extended sextic potential"*, Phys. Rev. C **100**, 049801 (2019).

Conferințe:

1. *Chiral and wobbling vibrations in triaxial nuclei: a semiclassical approach*, R. Budaca, XVII Workshop on Nuclear Physics (WONP2019), April 1-5 (2019), Havana, Cuba.
2. *Shape coexistence and mixing from a collective model perspective*, A. I. Budaca and R. Budaca, XVII Workshop on Nuclear Physics (WONP2019), April 1-5 (2019), Havana, Cuba.
3. *Semiclassical description of wobbling and chiral modes in triaxial nuclei*, R. Budaca, XXIII International School on Nuclear Physics, Neutron Physics and Applications, 22-28 September (2019), Varna, Bulgaria.
4. *Quasi-exact solutions for the Bohr Hamiltonian with sextic oscillator potential*, P. Bugu, R. Budaca, M. Chabab, A. Lahbas, and M. Oulne, XXIII International School on Nuclear Physics, Neutron Physics and Applications, 22-28 September (2019), Varna, Bulgaria.
5. *Chiral bands with rigid quasiparticle alignments*, R. Budaca, International Workshop "Shapes and Dynamics of Atomic Nuclei: Contemporary Aspects" (SDANCA-19), October 3-5 (2019), Sofia, Bulgaria.

Data
Noiembrie 2019

Director Proiect
Radu Budaca