

RAPORT ȘTIINȚIFIC

privind implementarea proiectului PN-III-P1-1.1-TE-2016-0268, contract 50/2018

Etapa de execuție nr. 3 / 2020

Pentru anul 2020, conform planului de realizare, trebuia realizat următorul obiectiv:

- Dezvoltarea unor modele solubile analitic, bazate pe soluții parametrizate ale Hamiltonianului Bohr cu potențiale dependente de energie, pentru o descriere complet geometrică a coexistenței de forme în nuclee din apropierea păturilor protonice și neutronice închise $Z, N = 50$. (Obiectiv 2, Partea 2/2)

Rezultate:

- Obținerea unei soluții analitice pentru Hamiltonianul Bohr cu un potențial Kratzer dependent de energie, și aplicarea acesteia la descrierea nucleelor cu stări colective 0^+ excitate de joasă energie

Livrabile propuse: 1 lucrare ISI publicată sau acceptată la publicare.

Punctul de plecare este evident Hamiltonianul Bohr:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\hat{\Lambda}^2}{\beta^2} \right] + U(\beta, \gamma), \quad (1)$$

unde

$$\hat{\Lambda}^2 = -\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{L}_k^2}{4 \sin^2(\gamma - 2\pi k/3)}, \quad (2)$$

este operatorul Casimir $SO(5)$. Din considerente analitice este mult mai util de lucrat cu energii și potențiale reduse

$$\epsilon = \frac{2B}{\hbar^2} E, \quad u(\beta, \gamma) = \frac{2B}{\hbar^2} U(\beta, \gamma). \quad (3)$$

Considerând acum un potențial redus de forma:

$$u(\beta, \gamma) = v(\beta) + \frac{w(\gamma)}{\beta^2}, \quad (4)$$

se poate realiza o separare exactă a Hamiltonianului Bohr, folosind o funcție totală factorizată $\Psi(\beta, \gamma, \Omega) = R(\beta)\Phi(\gamma, \Omega)$. Rezultatul constă în două ecuații diferențiale, una pentru variabila β , și alta pentru cele γ -unghiulare:

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{W}{\beta^2} + v(\beta) \right] R(\beta) = \epsilon R(\beta), \quad (5)$$

$$\left[-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^3 \frac{\hat{L}_m^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2}{3}\pi m)} + w(\gamma) - W \right] \Phi(\gamma, \Omega) = 0. \quad (6)$$

Potențialul $w(\gamma)$ este ales să fie de forma:

$$w(\gamma) = c_1(1 - \cos 3\gamma) - c_2(1 - \cos^2 3\gamma), \quad (7)$$

unde c_1 și c_2 sunt parametri liberi. Minimul acestui potențial poate fi axial sau triaxial, fapt ce îl face potrivit pentru investigarea tranziției de fază dintre aceste două cazuri.

Soluția ecuației γ -unghiulare este derminată prin diagonalizare în baza armonicilor sferice $SO(5) |\tau\alpha LM\rangle = \mathcal{Y}_{\tau\alpha LM}(\gamma, \Omega)$ indexate de momentul cinetic L , proiecția sa pe axa 3 a sistemului de referință intrinsec, numărul de senioritate τ , și ordinul α ce distinge compunerea aceluiași moment cinetic L . Funcția totală este o dezvoltare trunchiată în această bază

$$\Phi_{LM}^\kappa(\gamma, \Omega) = \sum_{\tau, \alpha} G_{\tau\alpha L}^\kappa \mathcal{Y}_{\tau\alpha LM}(\gamma, \Omega), \quad (8)$$

definită de amplitudinile de dezvoltare $G_{\tau\alpha L}^\kappa$, și unde κ este numărul de completitudine al soluțiilor diagonalizării. Operatorul cinetic $\hat{\Lambda}^2$ este diagonal în baza aleasă, iar elementele de matrice ale potențialului $w(\gamma)$ pot fi exprimate prin formule analitice compacte. În final, valoarea proprie a ecuației γ -unghiulare $W_{L\kappa}$ va fi indexată doar de momentul cinetic și numărul de completitudine κ . Pentru convergența rezultatelor de diagonalizare, baza a fost trunchiată la $\tau = 30$, ceea ce este mai mult decât suficient.

După cum a fost enunțat în obiectivul acestei etape, potențialul pentru variabila β este ales să fie de tip Kratzer, al cărui termen hiperbolic are o constantă de cuplaj ce depinde liniar de energia totală a sistemului:

$$v(\beta) = \frac{a_1}{\beta^2} - \frac{1 + a_2\epsilon}{\beta}. \quad (9)$$

Ecuația diferențială asociată variabilei β este rezolvată prin transformarea sa la o ecuație diferențială Whittaker. Soluția celei din urmă, care este regulată atât în origine cât și la infinit, poate fi exprimată cu ajutorul polinoamelor Laguerre asociate dacă este îndeplinită o anumită condiție ce face legătura între parametrii ecuației. Această condiție conduce la o ecuație pătratică pentru determinarea energiei ϵ . Soluția fizică a acestei ecuații este

$$\epsilon_{nL\kappa} = \frac{1}{a_2^2} \left[2 \left(n + \frac{5}{2} + p_{L\kappa} \right) \sqrt{\left(n + \frac{5}{2} + p_{L\kappa} \right)^2 + a_2} - 2 \left(n + \frac{5}{2} + p_{L\kappa} \right)^2 - a_2 \right], \quad (10)$$

iar funcția de undă corespunzătoare acestei energii este

$$R_{nL\kappa}(\beta) = N_{nL\kappa} \beta^{p_{L\kappa}} e^{-\eta_{nL\kappa}\beta} L_n^{2p_{L\kappa}+3}(2\eta_{nL\kappa}\beta). \quad (11)$$

Notațiile folosite mai sus, au următoarele expresii

$$\eta_{nL\kappa} = \frac{1 + a_2\epsilon_{nL\kappa}}{2 \left(n + \frac{5}{2} + p_{L\kappa} \right)}, \quad (12)$$

$$p_{L\kappa} = \sqrt{\frac{9}{4} + W_{L\kappa} + a_1} - \frac{3}{2}. \quad (13)$$

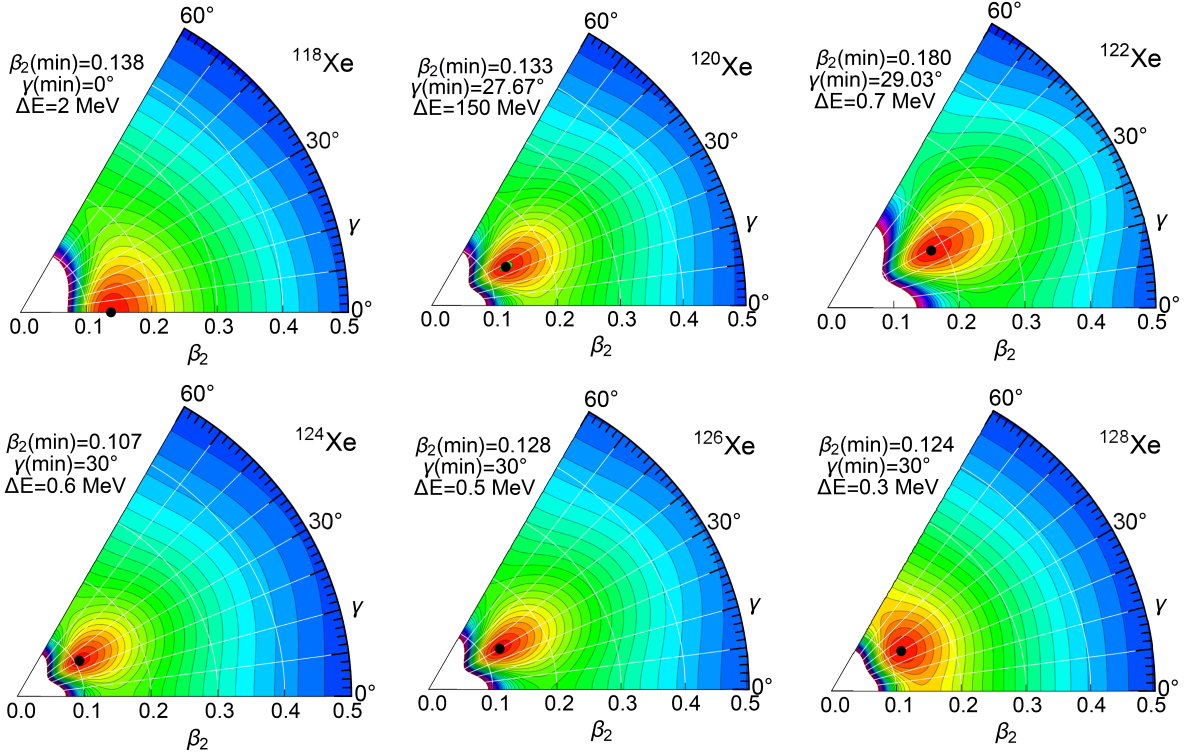


Figure 1: Potențialele totale U din ec.(1) ale nucleelor $^{118-128}\text{Xe}$, pentru starea fundamentală, vizualizate ca funcție de deformarea cvadrupolară scalată la variabila β și măsura deformării triaxiale γ . Pentru fiecare nucleu sunt date coordonatele minimumului, iar pasul liniilor de contur este dat de ΔE .

Numărul întreg n joacă aici rolul numărului cuantic al excitației asociate variabilei β .

Factorul de normare al funcției de undă este determinat din condiția:

$$\int_0^\infty [R_{nL\kappa}(\beta)]^2 \beta^4 \left(1 + \frac{a_2}{\beta}\right) d\beta, \quad (14)$$

unde măsura de integrare modificată

$$d\beta \rightarrow \left(1 - \frac{\partial v(\beta)}{\partial \epsilon}\right) d\beta, \quad (15)$$

vine din dependența de energie a potențialului. Corecția are rolul de conserva în timp distribuția de probabilitate. Făcând uz de proprietățile polinoamelor Laguerre asociate, constanta de normare capătă o formă analitică simplă:

$$N_{nL\kappa} = \sqrt{\frac{\eta_{nL\kappa} n!}{\Gamma(n + 2p_{L\kappa} + 4) (a_2 \eta_{nL\kappa} + n + p_{L\kappa} + 2)}} (2\eta_{nL\kappa})^{p_{L\kappa} + 2}. \quad (16)$$

Proprietățile dinamice ale nucleelor considerate în acest studiu, sunt mai ușor de evidențiat folosind un potențial efectiv

$$V_{eff} = \frac{\hbar^2}{2B} \left(\frac{2 + W_{L\kappa} + a_1}{\beta^2} - \frac{1 + a_2 \epsilon_{nL\kappa}}{\beta} \right), \quad (17)$$

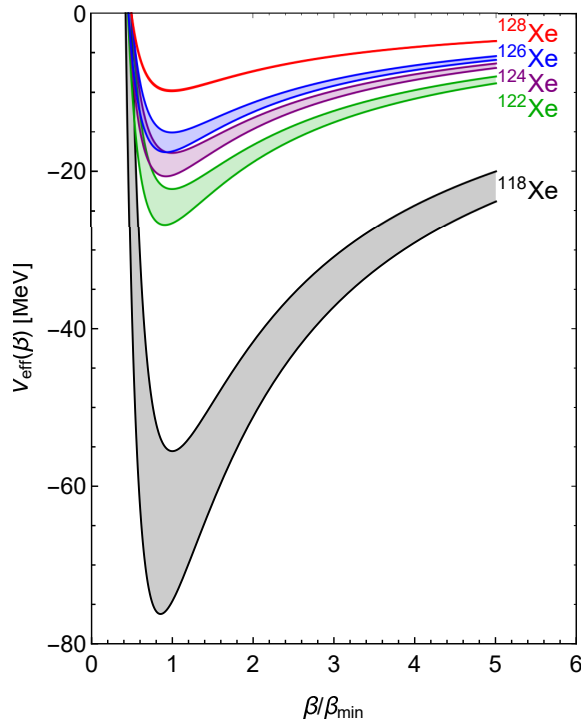


Figure 2: Variația potențialelor efective pentru nucleele $^{118,122-128}\text{Xe}$ între starea fundamentală și prima stare β excitată. Starea fundamentală este curba de deasupra.

ce include contribuția centrifugă. Acesta este obținut din ecuația (5), prin schimbarea de funcție $R(\beta) = f(\beta)/\beta^2$.

Modelul a fost aplicat pentru descrierea spectrelor de energie și a tranzițiilor electromagnetice cvadrupolare pentru nucleele $^{118-128}\text{Xe}$. S-a obținut un acord foarte bun cu datele experimentale. Parametrii modelului obținuți din fitarea datelor experimentale sunt folosiți pentru a extrage informații referitoare la proprietățile dinamice ale nucleelelor considerate. Unul dintre rezultatele principale este identificarea unei tranziții de la forme axiale la cele triaxiale, al cărui punct critic este în apropierea nucleului ^{120}Xe . După cum se poate vedea din Fig.1, tranziția are loc foarte brusc, astfel încât triaxialitatea maximă de $\gamma = 30^\circ$ este atinsă imediat și menținută până la ultimul nucleu considerat ^{128}Xe . În ceea ce privește dependența de energie, aceasta crește până la același nucleu critic ^{120}Xe , după care descrește mai lent, ajungând să fie neglijabilă pentru ultimul nucleu ^{128}Xe . Acest lucru poate fi văzut în Fig.2, unde este vizualizată variația potențialului efectiv (17) determinat pentru fiecare nucleu, între starea fundamentală și prima stare 0^+ excitată. În această figură lipsește rezultatul pentru nucleul critic, a cărei dependență de energie este aproape asimptotică și nu poate fi reprezentat în aceeași scară de unități. Acest lucru este evident și din distanța liniilor de energie constantă a potențialului total prezentat pentru acest nucleu în Fig.1. Un efect al dependenței de energie a potențialului, este micșorarea deformării medii din starea

β excitată. Pentru o dependență de energie puternică, cum se întâmplă în cazul nucleului ^{120}Xe , deformarea medie din starea excitată devine chiar mai mică decât cea din starea fundamentală. Caracterul critic al nucleului ^{120}Xe este în conformitate cu faptul că acesta se află exact între două pături neutronice majore închise, 52 și 80. În aceste circumstanțe, potențialul său cu cea mai mare adâncime corespunde unor fluctuații mari ale suprafeței nucleare, iar dependența sa puternică de energie este explicată de spațiul maxim al neutronilor de valență ce permite schimbări microscopice substanțiale între stările colective.

Pentru îndeplinirea obiectivelor etapei, au fost realizate integral toate activitățile necesare:

1. Adaptarea programelor de calcul la noile calcule.
2. Efectuarea calculelor numerice.
3. Colectarea datelor experimentale recente și confruntarea acestora cu predicțiile teoretice.
4. Editarea lucrărilor științifice.
5. Diseminarea rezultatelor prin participarea la manifestări științifice

Articole publicate cu acknowledgement:

1. P. Baganu, A. Lahbas, R. Budaca, *Quasi-exact description of the γ -unstable shape phase transition*, Mod. Phys. Lett. A **35**, 2050085 (2020).

Articole submise la publicare cu acknowledgement:

1. A. I. Budaca, R. Budaca, *Triaxiality and state-dependent shape properties of Xe isotopes*.

Data
Aprilie 2020

Director Proiect
Radu Budaca